TREŚĆ: Dla jakich wartości parametrów a, b wielomian $W(x)$ jest podzielny przez wielomian $P(x)$, jeśli:

$$a)\ \ W(x) = x^4 - 2x^3 + ax^2 + 3x + b, \quad P(x) = x^2 - 3x + 3;$$

ROZWIĄZANIE:

Podzielność oznacza, że reszta z dzielenia wielomianu $W(x) : P(x)$ będzie równa 0.

Na początku sprawdźmy jednak czy $P(x)$ jest rozkładalny - jeśli tak, ułatwi to dalsze obliczenia - zażądamy aby wartość $W(x)$ w miejscach zerowych wielomianu $P(x)$ była równa 0. Jeśli natomiast P(x) nie będzie rozkładalny - spróbujemy po prostu podzielić wielomiany i resztę z dzielenia przyrównać do zera.

$$P(x) = x^2 - 3x + 3$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 9 - 12 = -3 < 0$$

W związku z tym, będziemy musieli pójść odrobinę trudniejszą drogą.

$$W(x) : P(x) = (x^4 - 2x^3 + ax^2 + 3x + b) : (x^2 - 3x + 3)$$

Wykonam to dzielenie, mam nadzieję, że zapis zostanie zrozumiany - od razu zmieniam znaki na przeciwne.

$$\begin{array}{ll}
 & x^2 + x + a \\
\hline
 & x^4 - 2x^3 + ax^2 + 3x + b : (x^2 - 3x + 3) \\
 & -x^4 + 3x^3 - 3x^2 \\
\hline
= & x^3 + (a-3)x^2 - 3x + b \\
 & -x^3 + 3x^2 - 3x \\
\hline
= & (a - 3 + 3)x^2 - 6x + b = ax^2 - 6x + b \\
 & -ax^2 + 3ax - 3a \\
\hline
= & \underbrace{(-6 + 3a)x + b - 3a}_{R(x)}
\end{array}$$

Tak więc naszą resztą jest wielomian:

$$R(x) = (-6 + 3a)x + (b - 3a)$$

i aby $W(x)$ był podzielny przez $P(x)$, musi być

$$R(x) = 0.$$

Dlatego:

$$(-6 + 3a)x + (b - 3a) = 0$$

To oznacza, że:

$$-6 + 3a = 0 \quad \wedge \quad b - 3a = 0$$

$$3a = 6 \quad \wedge \quad 3a = b$$

$$a = 2 \quad \wedge \quad 3 \cdot 2 = b$$

$$a = 2 \quad \wedge \quad b = 6$$

ODP: Aby wielomian $W(x)$ był podzielny przez wielomian $P(x)$ parametry muszą wynosić: $a = 2$ i $b = 6$.