TREŚĆ: Wyznacz dziedzinę funkcji:

$$f(x) = \sqrt{4-x^2} + \sqrt{x\sqrt{2} - 2x}.$$

ROZWIĄZANIE:
Mając do czynienia z pierwiastkami kwadratowymi, musimy pamiętać, aby wyrażenie spod pierwiastka nie było liczbą ujemną. W tym celu narzucamy warunki:

$$1^\circ.\ \ 4 - x^2 \geqslant 0 \quad \wedge \quad 2^\circ.\ \ x\sqrt{2} - 2x \geqslant 0.$$

1°. Zajmijmy się pierwszą nierównością:

$$4 - x^2 \geqslant 0, \text{więc}$$

$$x^2 \leqslant 4.$$

Pierwiastkując stronami i pamiętając, że $\sqrt{x^2} = |x|$, otrzymujemy:

$$|x| \leqslant 2.$$

Korzystamy z twierdzenia:

$$\bigwedge_{a>0} \ |x| \leqslant a \Leftrightarrow x \leqslant a \ \wedge \ x \geqslant a.$$

Mamy więc:

$$x \leqslant 2 \quad \wedge x \geqslant -2,$$

$$x \in \langle -2; 2 \rangle.$$

2°. Druga nierówność to:

$$x\sqrt{2} - 2x \geqslant 0,$$

wyciągając x przed nawias dostajemy:

$$x(\sqrt{2} - 2) \geqslant 0 \quad | : (\sqrt{2} - 2).$$

Musimy zauważyć, że $\sqrt{2} - 2 < 0$. Powoduje to zmianę zwrotu nierówności. W efekcie otrzymujemy:

$$x \leqslant 0,$$

czyli przedział:

$$x \in (-\infty, 0\rangle.$$

Nakładając teraz oba przedziały na siebie, dostaniemy przedział:

$$1^\circ \wedge 2^\circ \Leftrightarrow x \in \langle -2; 0 \rangle.$$

ODP: Dziedziną funkcji jest zbiór $\langle -2; 0 \rangle$.