TREŚĆ: Dla jakich wartości parametru k równanie

$$x^2 - (k+2)x + 1 = 0$$

ma dwa rozwiązania rzeczywiste, których suma jest większa od 5?

ROZWIĄZANIE:

Jest to równanie kwadratowe z niewiadomą x i parametrem k.

Narzucimy więc warunki:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 + x_2 > 5 \end{cases}$$

Skorzystamy ze znanego wzoru na Δ:

$$\Delta = b^2 - 4ac,$$

i jednego z wzorów Viete'a:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

Wypiszmy współczynniki trójmianu:

$$a = 1, \quad b = -(k+2), \quad c = 1$$

1°.

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow \Big(-(k+2)\Big)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 > 0,$$

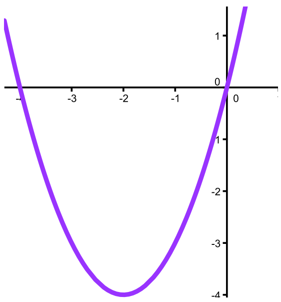
$$k^2 + 4k + 4 - 4 > 0,$$

$$k^2 + 4k > 0,$$

$$k(k+4) > 0$$

$$k = 0 \vee k = -4$$

Pomocnicza parabola:



$$k \in (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$$

2°.

$$x_1 + x_2 > 5 \Leftrightarrow \frac{-b}{a} > 5$$

$$\frac{k+2}{1} > 5$$

$$k + 2 > 5$$

$$k > 3$$

$$k \in (3; +\infty).$$

Łączymy teraz oba warunki:

$$1^\circ \wedge 2^\circ \Leftrightarrow k \in (-\infty; -4) \cup (0; +\infty) \wedge k \in (3; +\infty),$$

czyli:

$$k \in (3; +\infty).$$

ODP: Równanie ma dwa rozwiązania rzeczywiste, których suma jest większa od 5 dla $k \in (3; +\infty)$.