TREŚĆ: Wyznacz największą i najmniejszą wartość funkcji w podanym przedziale.
Narysuj także odpowiednie fragmenty wykresów.

(a) $f(x) = x^2 - 4x; \quad x \in \langle 3, 4 \rangle;$

(b) $f(x) = -x^2 + 1; \quad x \in \langle -1, \frac{1}{2} \rangle;$

(c) $f(x) = -x^2 + 2x + 5; \quad x \in \langle 0, 3 \rangle;$

(d) $f(x) = 2x^2 - 4; \quad x \in \langle 1, 2 \rangle.$

ROZWIĄZANIE:
Aby wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale:
- obliczamy wartości funkcji na końcach przedziału;
- liczymy współrzędne wierzchołka;
- jeśli wierzchołek należy do podanego przedziału, liczymy wartość funkcji w wierzchołku; jeśli wierzchołek nie należy do przedziału zapisujemy to;
- wypisujemy największą i najmniejszą wartość funkcji.

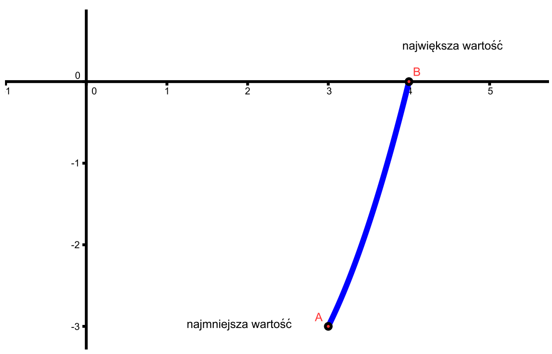
(a) $f(x) = x^2 - 4x; \quad x \in \langle 3, 4 \rangle;$

$$f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 = 9 - 12 = -3;$$

$$f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 = 16 - 16 = 0;$$

$$x_W = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2,$$

2 nie należy do przedziału, więc nie musimy liczyć $f(2)$.
Wypisujemy:
Wartość największa: 0 dla argumentu $x = 4$.
Wartość najmniejsza: -3 dla argumentu $x = 3$.



(b) $f(x) = -x^2 + 1; \quad x \in \langle -1, \frac{1}{2} \rangle;$

$$f(-1) = -(-1)^2 + 1 = -1 + 1 = 0;$$

$$f(\frac{1}{2}) = -(\frac{1}{2})^2 + 1 = -\frac{1}{4} + 1 = \frac{3}{4};$$

$$x_W = \frac{-b}{2a} = \frac{0}{-2} = 0,$$

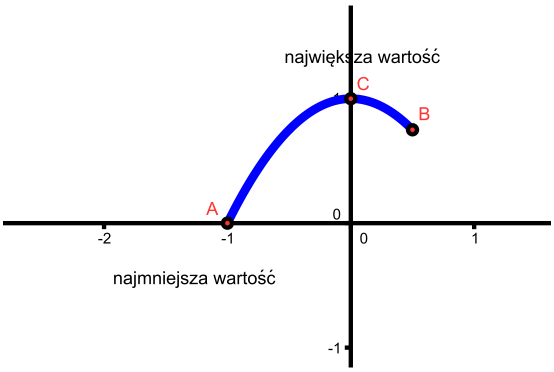
0 należy do przedziału, więc musimy obliczyć $f(0)$.

$$f(0) = -0^2 + 1 = 1$$

Wypisujemy:

Wartość największa: 1 dla argumentu $x = 0$ - czyli dla wierzchołka.

Wartość najmniejsza: 0 dla argumentu $x = -1$.



(c) $f(x) = -x^2 + 2x + 5; \quad x \in \langle 0, 3 \rangle;$

$$f(0) = -0^2 + 2 \cdot 0 + 5 = 5;$$

$$f(3) = -3^2 + 2 \cdot 3 + 5 = 2;$$

$$x_W = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{-2} = 1,$$

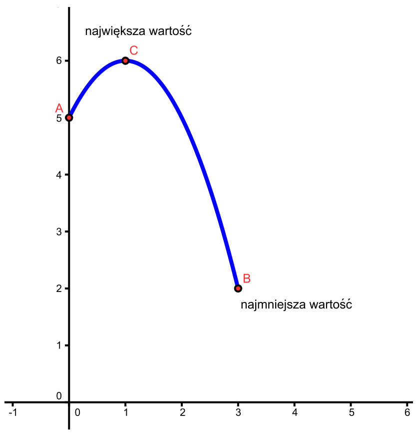
1 należy do przedziału, więc musimy obliczyć $f(1)$.

$$f(1) = -1^2 + 2 \cdot 1 + 5 = 6$$

Wypisujemy:

Wartość największa: 6 dla argumentu $x = 1$ - czyli dla wierzchołka.

Wartość najmniejsza: 2 dla argumentu $x = 3$.



(d) $f(x) = 2x^2 - 4; \quad x \in \langle 1, 2 \rangle.$

$$f(1) = 2 \cdot 1^2 - 4 = 2 - 4 = -2;$$

$$f(2) = 2 \cdot 2^2 - 4 = 8 - 4 = 4;$$

$$x_W = \frac{-b}{2a} = \frac{0}{4} = 0,$$

0 nie należy do przedziału, więc nie musimy liczyć $f(0)$.

Wypisujemy:

Wartość największa: 4 dla argumentu $x = 2$.

Wartość najmniejsza: -2 dla argumentu $x = 1$.